

## Стереометрия

1	В треугольной пирамиде $SABC$ ребро $SA$ равно 8 и перпендикулярно основанию $ABC$ , $SB = BC = 17$ , $SC = 10$ . На сколько процентов косинус угла $BCA$ больше косинуса угла $BSC$ ?
2	Вычислите объём правильной треугольной пирамиды, высота которой равна $\sqrt{3}$ , а все плоские углы при вершине прямые.
3	Двугранные углы при основании правильной четырёхугольной пирамиды равны $45^\circ$ , а площадь боковой поверхности равна $9\sqrt{2}$ . Найдите объём пирамиды.
4	В правильной четырёхугольной пирамиде через диагональ основания и середину бокового ребра проведено сечение. Найдите площадь сечения, если высота пирамиды равна 12, а объём равен 200.
5	В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна $3\sqrt{2}$ , боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом $45^\circ$ . Через середины двух смежных сторон основания перпендикулярно к основанию проведена плоскость, рассекающая пирамиду на две части. Найдите объём отсечённой части.
6	Основание $ABC$ треугольной пирамиды $A_1ABC$ вписано в основание цилиндра. Ребро $AC$ является диаметром основания, $AB > BC$ , а ребро $AA_1$ является образующей цилиндра. Объём пирамиды равен $\sqrt{2}$ , а объём цилиндра равен 6л. Найдите градусную меру угла $CAB$ .
7	В правильной четырёхугольной пирамиде высота равна 12, площадь боковой поверхности равна 260. Найдите объём пирамиды.
8	В правильной четырёхугольной пирамиде апофема образует с плоскостью основания угол $60^\circ$ . Высота пирамиды равна 5. Найдите площадь поверхности пирамиды.
9	Высота правильной четырёхугольной пирамиды равна $\sqrt{2}$ ; диагональное сечение равновелико основанию. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.
10	В правильной треугольной пирамиде высота равна $2\sqrt{3}$ ; угол наклона бокового ребра к плоскости основания равен $45^\circ$ . Найдите объём пирамиды.
11	Площадь поверхности правильного тетраэдра равна 2. Найдите площадь поверхности многогранника, вершинами которого являются середины сторон данного тетраэдра.
1	На сколько процентов увеличится объём правильного прямоугольного параллелепипеда, если его высоту увеличить на 20%, длины двух противоположных сторон основания увеличить на 50%, а длины двух других уменьшить на 25%?
2	Основанием прямой призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ является прямоугольник $ABCD$ , стороны которого равны $\sqrt{2}$ и 2. Высота призмы равна $2\sqrt{2}$ . Секущая плоскость проходит через вершину $D_1$ и середины рёбер $AD$ и $CD$ . Найдите косинус угла между плоскостью основания и плоскостью сечения.
3	Основание прямой призмы $ABCA_1 B_1 C_1$ – треугольник $ABC$ , в котором $AB = AC$ , $BC = 4$ , $\sin C = 0,4$ . Расстояние от вершины $C_1$ до прямой $AB$ равно 5. Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью $ABC_1$ .
4	Ребро первого куба в три раза больше ребра второго куба. Найдите отношение площади осевого сечения шара, вписанного в первый куб, к площади

	поверхности сферы, описанного около второго куба.
5	В прямом параллелепипеде стороны основания равны 7 и 8, угол между ними равен $60^\circ$ . найдите объём параллелепипеда, если площадь меньшего диагонального сечения равна $3\sqrt{19}$ .
6	Расстояние между серединами рёбер $BC$ и $C_1D_1$ куба $ABCD A_1B_1C_1D_1$ равно $3\sqrt{6}$ . Найдите объём куба.
7	Имеется куб $ABCD A_1B_1C_1D_1$ . Найдите градусную величину угла между прямыми $AO_1$ и $BC_1$ , где $O_1$ точка пересечения диагоналей $A_1C_1$ и $B_1D_1$ .
8	Основанием прямой призмы является параллелограмм, стороны которого равны 3 и 8, а угол между ними $60^\circ$ . Найдите площадь боковой поверхности призмы, если известно, что площадь её меньшего диагонального сечения равна 35.
9	Диагональ основания прямоугольного параллелепипеда равна 5, а диагонали боковых граней $\sqrt{41}$ и $\sqrt{34}$ . Найдите объём параллелепипеда.
10	Все 9 рёбер наклонной призмы равны 2 см. Объём равен $\sqrt{3}$ см <sup>3</sup> . Найдите угол наклона бокового ребра призмы к плоскости основания.
11	В наклонной треугольной призме расстояния между боковыми рёбрами равны 8, 15, 17. Площадь меньшей боковой грани равна 80. Найдите объём призмы.
12	В основании прямой призмы лежит ромб со стороной 15см. Сторона основания удалена от двух параллельных ей сторон противоположащей боковой грани соответственно на 9см и 15см. Найдите объём призмы.
13	В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 2800 м <sup>3</sup> воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 40 см до отметки 45 см. Найдите объём детали. Ответ выразите в м <sup>3</sup> .
1	$AB$ – диаметр нижнего основания цилиндра, а $CD$ – диаметр верхнего основания и $CD \perp AB$ . Известно, что площадь треугольника $ABC$ равна 5, а площадь осевого сечения равна 6. Найдите высоту цилиндра.
2	В шар вписан конус. Угол между образующей конуса и плоскостью его основания равен $60^\circ$ . Найдите утроенное отношение площади поверхности шара к площади боковой поверхности конуса.
3	Концы отрезка $BC$ лежат на окружностях двух оснований цилиндра. Радиус основания цилиндра равен 10, а длина отрезка $BC$ равна 32, а угол между прямой $BC$ и плоскостью основания цилиндра равен $60^\circ$ . Найдите расстояние между осью цилиндра и параллельной ей плоскостью, проходящей через точки $B$ и $C$ .
4	Радиус основания цилиндра равен 4, а высота цилиндра равна 5. Точка $A$ лежит на окружности нижнего основания цилиндра, а диаметрально противоположные точки $B$ и $C$ – на окружности его верхнего основания. Найдите $AB$ , если известно, что $AC = \sqrt{33}$ .
5	В конусе осевое сечение проходит через образующие $SA$ и $SB$ . Найдите расстояние между $A$ и серединой $SB$ , если объём конуса равен $\frac{256}{3}\pi$ , а площадь его осевого сечения равна 64.
6	Угол между образующими конуса $CA$ и $CB$ равен $90^\circ$ , высота конуса равна 4, а образующая равна $5\sqrt{2}$ . Найти расстояние от центра основания конуса до плоскости $ABC$ .
7	Осевое сечение конуса является равносторонним треугольником. На сколько процентов площадь полной поверхности конуса больше площади поверхности вписанной в него сферы?
8	Объём прямого кругового конуса равен 81. Найдите объём шара, вписанного в

	конус, если угол при вершине осевого сечения конуса равен $60^\circ$ .
9	Высота конуса равна 28см, а радиус основания равен 7см. На каком расстоянии от вершины конуса надо провести сечение, параллельное основанию, чтобы его площадь была равна $4\pi$ см <sup>2</sup> .
10	В шар вписан куб, в который вписан цилиндр. Найдите отношение площади поверхности шара к площади поверхности цилиндра.
11	В правильную шестиугольную призму с площадью поверхности, равной $9\sqrt{3}$ , вписан шар. Найдите сторону основания призмы.
12	Радиусы трёх шаров равны 6, 8, 10. Найдите радиус шара, объём которого равен сумме их объёмов.
13	Найдите объём наклонного цилиндра, площадь основания которого равен 3, а образующая равна $2\sqrt{3}$ и наклонена к плоскости основания под углом $60^\circ$ .
14	В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 1,5 и 2. Боковые ребра равны $\frac{16}{\pi}$ . Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.
15	В шаровой сегмент высотой 1 вписан конус, причём основание и высота конуса такие же, как у сегмента. Какую часть шара занимает этот конус, если радиус шара равен 2.