

Планиметрия.

Треугольник.

1. Высоты AH и BK равнобедренного треугольника ABC с основанием BC пересекаются в точке O , $AH = BC = 8\sqrt{5}$. Найдите площадь треугольника ABO .
2. В треугольнике ABC $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, BK - биссектриса треугольника, $AK = 8\sqrt{3}$. Найдите AB .
3. В остроугольном треугольнике ABC $\angle A = 60^\circ$, $AB = 8$, $BC = 7$. Найдите периметр треугольника.
Ответ: 20
4. В треугольнике ABC $AB = 17$, $BC = 15$, $AC = 8$, отрезок AO - биссектриса треугольника. Найдите площадь треугольника ABO .
5. Сторона BC треугольника ABC равна $3\sqrt{3}$. На стороне AB отмечена точка P так, что $\angle ABC = \angle ACP$. Найдите площадь треугольника ABC , если $BP = \frac{9\sqrt{3}}{5}$ и $AP = \frac{16\sqrt{3}}{5}$.
6. Укажите верное соотношение между сторонами a, b, c треугольника, его площадью S , полупериметром p и радиусами R и r описанной и вписанной окружностей.
1) $S = (a + b + c)r$ 2) $Rr = \frac{abc}{p}$ 3) $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ 4) $2R = \frac{abc}{2S}$
7. Пусть a, b, c - длины сторон треугольника и m_a, m_b, m_c - длины его медиан, проведенных соответственно к серединам сторон длины a, b, c . Укажите верное соотношение.
1) $m_b = 0,5\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$ 2) $4m_c^2 = a^2 + b^2 - 2c^2$ 3) $m_a = \sqrt{2b^2 - 2c^2 + a^2}$ 4) $m_a^2 + a^2 = b^2 + c^2$

Четырехугольник.

1. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K так, что $BK : KC = 4 : 3$. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 132.
2. Сторона параллелограмма равна 21, а диагонали равны 34 и 20. Найдите площадь параллелограмма.
3. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 21, диагональ BD равна $3\sqrt{2}$, $\angle ABD = 45^\circ$. Найдите сторону BC .
4. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O . Площади треугольников BOC и AOD равны 9 и 16 соответственно. Найдите площадь трапеции.

5. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны $2\sqrt{3}$ и 5, а один из углов равен 120° .
6. В равнобедренной трапеции $PRST$ ($RS \parallel PT$) проведена высота RA . Найдите длину отрезка AT , если известно, что $RS = 7$, а $PT = 18$.
7. Пусть h – высота ромба со стороной a и острым углом α , а d_1 и d_2 – его диагонали. Укажите неверное равенство для вычисления площади S ромба.
 1) $S = 0,5d_1d_2$ 2) $S = ah$ 3) $S = a^2 \sin \alpha$ 4) $S = d_1d_2$
8. Укажите, какое из перечисленных утверждений всегда неверно.
 1) Биссектриса угла параллелограмма отсекает от этого параллелограмма равнобедренный треугольник.
 2) Диагонали квадрата равны.
 3) Диагонали ромба равны.
 4) Диагонали прямоугольника равны.
9. В трапеции $ABCD$ известны длины оснований $BC = 16$, $AD = 19$ и боковых сторон $AB = 5$, $CD = 4$. Найдите площадь этой трапеции.

Окружность.

1. Основание равнобедренного треугольника вдвое меньше его боковой стороны, а высота, проведенная к основанию, равна 10. Найдите радиус вписанной в треугольник окружности.
2. В треугольнике ABC $AB = BC = 30$. Вписанная в треугольник окружность касается стороны AB в точке M и $AM = 18$. Найдите радиус окружности.
3. В ромб вписана окружность. Точка касания делит сторону в отношении 1:3, площадь ромба равна $24\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности.
4. В прямоугольную трапецию вписана окружность. Точка касания окружности с боковой стороной делит эту сторону на отрезки длиной 1 и 4. Найдите периметр трапеции.
5. Средняя линия прямоугольной трапеции равна 9, а радиус вписанной в нее окружности равен 4. Найдите большее основание трапеции.
6. В равнобедренную трапецию вписана окружность. Один из углов трапеции равен 60° , а ее площадь равна $24\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в трапецию.
7. Радиус окружности, описанной около трапеции, равен 25, косинус тупого угла трапеции равен $-0,28$, диагональ трапеции составляет с основанием угол 30° . Найдите высоту трапеции.
8. Равнобедренный треугольник вписан в окружность. Радиус окружности равен 9, а основание треугольника равно $8\sqrt{5}$. Найдите расстояние от центра окружности до боковой стороны треугольника.
9. Вершины треугольника делят описанную около него окружность на три дуги, длины которых относятся как 6:7:23. Найдите радиус окружности, если меньшая сторона треугольника равна 12.

10. В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность. Она касается стороны AB в точке K , причем $AK = BC$. Найдите радиус этой окружности, если периметр треугольника равен $72\sqrt{2}$.